Министерство образования Самарской области

АССОЦИАЦИЯ ПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ОРГАНИЗАЦИЯ "ИНСТИТУТ НАПРАВО.РУ"

УТВЕРЖДЕНО
Приказ директора
от 07.08.2024 № 012/2/с

Воробьев К.А.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

ОП.02 Дискретная математика с элементами математической логики

Специальность 09.02.10 Разработка компьютерных игр, дополненной и виртуальной реальности
Квалификация: разработчик компьютерных игр, дополненной и виртуальной реальности
Форма обучения: очная
На базе основного общего образования
Срок получения образования: 3 года 10 месяцев

Тольятти, 2024г.

Содержание

1. Назначение и организация практикума 3

2. Состав работ и представление результатов 3

3. Практические работы 3

Работа 1. Операции над множествами 3

Работа 2. Таблица истинности условия допуска 4

Работа 3. Подсчёт вариантов 5

Работа 4. Кратчайший путь в графе 6

Работа 5. Предикаты и контрпример 6

4. Комплексное учебное задание 7

5. Термины и понятия 8

6. Использованные источники 8

1. Назначение и организация практикума

Логические модели, множества и графы для формализации условий и алгоритмов.

Указания предназначены для обучающихся по специальности 09.02.10 «Разработка компьютерных игр, дополненной и виртуальной реальности», квалификация — разработчик компьютерных игр, дополненной и виртуальной реальности.

Компонент	Учебная нагрузка
Индекс и наименование	ОП.02 Дискретная математика с элементами математической логики
Общий объём	66 академических часов
Практические занятия	40 академических часов
Промежуточная аттестация	Дифференцированный зачёт — семестр 4

Перед работой изучаются её исходные данные и проверяемые результаты. Затем выполняются последовательные действия, сопоставляется учебный пример и решаются самостоятельные варианты. Ответ включает ход работы и подтверждение результата. Использование готового примера без выполнения своего варианта не подтверждает освоение действия.

Подготовленные материалы: Таблицы истинности; Граф и протокол поиска пути; Обоснование формул подсчёта.

2. Состав работ и представление результатов

Работа	Тема и результат
1	Операции над множествами. В варианте Б пересечение пусто.
2	Таблица истинности условия допуска. Нужно показать все строки, а не один успешный пример.
3	Подсчёт вариантов. Ответы: 10; 24; 24.
4	Кратчайший путь в графе. А: путь A–C–D длины 3.
5	Предикаты и контрпример. А: контрпример x=1.

В отчёте указываются тема, вариант, исходные данные, ход выполнения, проверка результата и вывод. Таблицы и графики снабжаются названиями и единицами измерения, где они применимы. Результаты оцениваются по критериям фонда оценочных средств.

3. Практические работы

Работа 1. Операции над множествами

Краткие теоретические сведения

Множества не содержат повторяющихся элементов. Объединение, пересечение и разность отвечают различным условиям отбора; направление разности существенно.

Исходные данные

A={1,2,4,6}, B={2,3,6}, U={1,2,3,4,5,6}.

Порядок выполнения

1. Построить диаграмму принадлежности элементов U.

2. Найти объединение и пересечение.

3. Вычислить A\B, B\A и дополнение A.

4. Проверить равенство A△B=(A\B)∪(B\A).

Разбор учебного примера

A∪B={1,2,3,4,6}; A∩B={2,6}; A\B={1,4}; B\A={3}; дополнение A={3,5}; симметрическая разность {1,3,4}.

Задания для самостоятельного выполнения

А: A={1,3,5}, B={3,4}.

Б: A={2,4}, B={1,3,5}.

В: A=B={1,2}.

Проверка результата

— В варианте Б пересечение пусто.

— В варианте В обе разности пусты.

— Число элементов объединения проверяется формулой включения-исключения.

Вопросы для самоконтроля

1. Коммутативна ли разность?

2. Чем пустое множество отличается от множества с нулём?

3. Зачем указывать универсальное множество?

Работа 2. Таблица истинности условия допуска

Краткие теоретические сведения

Сложное условие допуска к действию проверяется по всем комбинациям исходных признаков. Скобки задают порядок операций; импликация ложна только при истинной посылке и ложном следствии.

Исходные данные

Допуск к уровню F=(K∨B)∧¬L, где K — найден ключ, B — разрешён обход, L — блокировка.

Порядок выполнения

1. Перечислить восемь комбинаций K,B,L.

2. Вычислить K∨B и ¬L отдельными столбцами.

3. Получить F и проверить граничные ситуации.

4. Записать эквивалентное условие словами без двусмысленности.

Разбор учебного примера

При K=0,B=1,L=0 допуск разрешён; при любой L=1 запрещён. Для порядкового набора 000,001,010,011,100,101,110,111 значения F: 0,0,1,0,1,0,1,0.

Задания для самостоятельного выполнения

А: F=K∧¬L.

Б: F=(K∧B)∨L.

В: доказать ¬(K∨B)=¬K∧¬B.

Проверка результата

— Нужно показать все строки, а не один успешный пример.

— Блокировка исходного условия имеет приоритет.

— Сравнение эквивалентности выполняется по всем наборам.

Вопросы для самоконтроля

1. Чем «или» отличается от исключающего «или»?

2. Почему нужны скобки?

3. Как обнаружить ошибку по контрпримеру?

Работа 3. Подсчёт вариантов

Краткие теоретические сведения

Перестановки учитывают порядок, сочетания — только состав выбранной группы. При последовательном выборе независимых параметров применяется правило произведения.

Исходные данные

Из 6 участников выбирают команду из 2; для трёх разных испытаний задают порядок прохождения.

Порядок выполнения

1. Определить, важен ли порядок в каждой задаче.

2. Записать формулу C(n,k) или n!.

3. Выполнить расчёт и перечислить небольшой контрольный пример.

4. Объяснить, почему повторный выбор одного участника не допускается.

Разбор учебного примера

C(6,2)=15 команд; 3!=6 порядков испытаний. Для выбора одного персонажа из 4 и одного предмета из 3 возможны 12 пар.

Задания для самостоятельного выполнения

А: команда 3 из 5.

Б: порядок 4 разных испытаний.

В: 3 типа персонажа, 2 карты и 4 режима.

Проверка результата

— Ответы: 10; 24; 24.

— Для команды пары (А, Б) и (Б, А) совпадают.

— Для порядка испытаний перестановка двух этапов меняет результат.

Вопросы для самоконтроля

1. Когда нужно делить на k!?

2. Что изменится при разрешённых повторениях?

3. Можно ли использовать правило суммы для последовательных выборов?

Работа 4. Кратчайший путь в графе

Краткие теоретические сведения

Взвешенный граф задаёт допустимые переходы и их стоимость. Алгоритм Дейкстры применяют при неотрицательных весах; найденный маршрут проверяют суммированием рёбер.

Исходные данные

Рёбра AB=2, AC=7, BC=1, BD=6, CD=2; граф неориентированный.

Порядок выполнения

1. Нарисовать граф и таблицу соседства.

2. Инициализировать расстояние до A нулём, остальные бесконечностью.

3. Последовательно выбирать ближайшую непосещённую вершину и обновлять оценки.

4. Восстановить путь до D по предшественникам.

Разбор учебного примера

Маршрут A–B–C–D имеет длину 5; альтернативы A–C–D=9 и A–B–D=8. После обработки B расстояние до C становится 3, после C до D — 5.

Задания для самостоятельного выполнения

А: заменить AC на 1.

Б: удалить ребро CD.

В: добавить изолированную вершину E.

Проверка результата

— А: путь A–C–D длины 3.

— Б: кратчайший путь до D длины 8.

— В: для E нет пути, что не равно нулевой стоимости.

Вопросы для самоконтроля

1. Почему отрицательные веса требуют другого подхода?

2. Как хранить предшественника?

3. Чем связность отличается от кратчайшего пути?

Работа 5. Предикаты и контрпример

Краткие теоретические сведения

Истинность высказывания с квантором зависит от области определения. Для опровержения универсального утверждения достаточно одного допустимого контрпримера.

Исходные данные

Проверить утверждение «для любого x выполняется $x^2 \geq x$» на целых неотрицательных и на действительных числах.

Порядок выполнения

1. Явно указать две области определения.

2. Преобразовать неравенство к $x(x-1) \geq 0$.

3. Проанализировать интервалы знаков.

4. Построить контрпример и сформулировать исправленное утверждение.

Разбор учебного примера

На неотрицательных целых утверждение верно: $x=0$ или $x\geq 1$. На действительных неверно: $x=0{,}5$ даёт $0{,}25<0{,}5$. Для действительных оно верно при $x\leq 0$ или $x\geq 1$.

Задания для самостоятельного выполнения

А: «для любого целого x число x^2 чётно».

Б: «существует целое x: $x^2=9$».

В: «существует действительное x: $x^2=-1$».

Проверка результата

— А: контрпример $x=1$.

— Б: свидетели $x=3$ и $x=-3$.

— В: утверждение ложно в действительных числах.

Вопросы для самоконтроля

1. Почему множество проверенных примеров не всегда является доказательством?

2. Как отрицается квантор «для всех»?

3. Что такое свидетель существования?

4. Комплексное учебное задание

Опишите логическую систему допуска к трём игровым зонам с ключом, уровнем опыта и блокировкой. Приведите таблицу истинности, граф допустимых переходов, маршрут минимальной стоимости и минимум два контрпримера к ошибочным формулировкам правил.

Этапы и предъявляемые материалы

Этап	Результат
1	Таблицы истинности
2	Граф и протокол поиска пути
3	Обоснование формул подсчёта

Выполненная работа представляется с исходными данными, объяснением принятых решений и проверками. Изменения исходного условия согласуются до выполнения расчётов или реализации. При защите обучающийся воспроизводит один основной и один граничный либо отрицательный сценарий и объясняет полученный результат.

Контроль готовности

— В варианте Б пересечение пусто.

— Нужно показать все строки, а не один успешный пример.

— Ответы: 10; 24; 24.

— А: путь A–C–D длины 3.

— А: контрпример $x=1$.

5. Термины и понятия

Термин	Содержание
Предикат	Утверждение, истинность которого зависит от значения переменной.
Квантор	Оператор, задающий общность или существование.
Граф	Модель вершин и связей между ними.
Контрпример	Допустимый случай, опровергающий универсальное утверждение.

6. Использованные источники

1. Лабовский, С. М., Дискретная математика с элементами математической логики: учебник / С. М. Лабовский, Л. В. Локуциевский, М. Н. Максименко, С. В. Тихонов. — Москва: КноРус, 2024. — 220 с. — ISBN 978-5-406-12294-5. — URL: https://book.ru/book/954020

2. Локуциевский, Л. В., Дискретная математика: учебник / Л. В. Локуциевский, М. Н. Максименко, С. В. Тихонов. — Москва: КноРус, 2024. — 262 с. — ISBN 978-5-406-12626-4. — URL: https://book.ru/book/954584

3. Гончаренко, В. М., Элементы высшей математики: учебник / В. М. Гончаренко, Л. В. Липагина, А. А. Рылов. — Москва: КноРус, 2024. — 363 с. — ISBN 978-5-406-13414- 6. — URL: https://book.ru/book/954527

4. Башмаков, М. И., Математика. Практикум: учебно-практическое пособие / М. И. Башмаков, С. Б. Энтина. — Москва: КноРус, 2024. — 294 с. — ISBN 978-5-406-13247-0. — URL: https://book.ru/book/955149

5. Демин И. В. Задачи по курсу «Дискретная математика». Самара: Самарский университет, 1998. 30 с. URL: https://repo.ssau.ru/bitstream/Metodicheskie-izdaniya/Zadachi-po-kursu-Diskretnaya-matematika-Elektronnyi-resurs-1-semestr-metod-ukazaniya-dlya-studentov-mehmat-fak-81134/1/Демин И.В. Задачи 1998.pdf